

Informatique II - Série 11

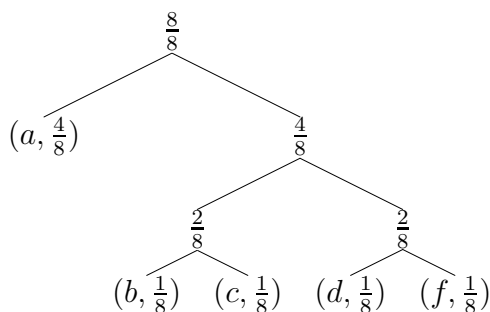
Exercice 11-1: Compression de Huffman

On souhaite transmettre des messages composés de 6 symboles différents (a, b, c, d, e, f). Pour la distribution de probabilité donnée ci-dessous...

$$P(X = a) = 1/2, P(X = b) = 1/8, P(X = c) = 1/8, \\ P(X = d) = 1/8, P(X = e) = 0, P(X = f) = 1/8$$

1. Construire l'arbre de Huffman
2. Calculer le nombre moyen de bits à émettre
3. Calculer l'entropie
4. Conclure

Solution



- a est donc représenté par la séquence 0, b par 100, c par 101, d par 110 et f par 111
- Le nombre de bits moyen à émettre est : $1 \times \frac{4}{8} + 3 \times \frac{4}{8} = \frac{16}{8} = 2$
- L'entropie est : $\frac{1}{2} \log_2 2 + \frac{4}{8} \log_2 8 = \frac{16}{8} = 2$.
- L'entropie donne une borne inférieure pour la compression. Si tous les probabilités sont une puissance de $1/2$, la borne est atteinte par la compression de Huffman.

Exercice 11-2: Compression de Huffman

On souhaite transmettre des messages composés de 6 symboles différents (a, b, c, d, e, f). Pour la distribution de probabilité donnée ci-dessous...

$$P(X = a) = 1/18, P(X = b) = 1/18, P(X = c) = 1/18, \\ P(X = d) = 1/3, P(X = e) = 1/3, P(X = f) = 1/6$$

1. Construire l'arbre de Huffman
2. Calculer le nombre moyen de bits à émettre
3. Calculer l'entropie
4. Conclure

Solution

1) Combiner a et b et ensuite ab avec c. 2) combiner abc et f 3) maintenant il reste 3 possibilité avec 1/3 chacune. Combiner deux d'abord et la troisième après.

- Une possibilité est la suivante: a est représenté par la séquence 0000, b par 0001, c par 001, d par 01, e par 10 et f par 11
- Le nombre de bits moyen à émettre est : $4 \times \frac{2}{18} + 3 \times \frac{1}{18} + 2 \times \frac{2}{3} + 2 \times \frac{1}{6} = 41/18$
- L'entropie est : $\frac{3}{18} \log_2 18 + \frac{2}{3} \log_2 3 + \frac{1}{6} \log_2 6 < 41/18$.
- L'entropie donne une borne inférieure pour la compression. Le nombre de bits moyen à émettre ne peut pas être inférieur à cette borne.

